

Übungsaufgaben – Blatt 6

Zürich, 29. Oktober 2021

Aufgabe 16

- (a) Wir betrachten das unendliche Hotel Hilbert. Alle Zimmer des Hotels sind belegt und es kommen drei unendliche Busse mit neuen Gästen an. Einige der neuen Gäste haben unterschiedliche Reservierungswünsche: Die Gäste aus Bus 1 wollen unbedingt ungerade Zimmernummern haben, jeder Gast aus Bus 2 will unbedingt mindestens einen Zimmernachbarn haben, der auch mit Bus 2 angekommen ist. Beschreiben Sie eine Strategie, nach der der Portier alle Gäste unterbringen kann und dabei die Wünsche der Gäste berücksichtigt.
- (b) Wir betrachten wieder das Hotel Hilbert und nehmen diesmal an, dass das Hotel ganz leer ist. Da das nächtliche Umziehen für die Gäste sehr unbequem ist, wollen wir im Folgenden ohne Umziehen auskommen. Wir nehmen an, dass zu einer beliebigen abzählbaren Anzahl von Zeitpunkten jeweils eine Gruppe mit einer endlichen oder abzählbar unendlichen Anzahl von Gästen ankommt. Innerhalb jeder Gruppe sind die ankommenden Gäste durchnummeriert. Beschreiben Sie eine Strategie, mit der der Portier die Gäste so auf die Zimmer verteilen kann, dass niemals ein Gast umziehen muss.

10 Punkte

Aufgabe 17

Wir bezeichnen mit w_i das i -te Wort über Σ_{bool} in kanonischer Ordnung und mit M_i die i -te Turingmaschine in kanonischer Ordnung. Wir betrachten die Sprachen

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w_i \text{ für ein } i \in \mathbb{N} - \{0\} \text{ und } M_{2i} \text{ akzeptiert } w \text{ nicht}\}$$

und

$$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w_i \text{ für ein } i \in \mathbb{N} - \{0\} \text{ und } M_{\lceil i/2 \rceil} \text{ akzeptiert } w \text{ nicht}\}.$$

Beweisen Sie für eine der beiden Sprachen L_1 und L_2 , dass sie nicht rekursiv aufzählbar ist, und erläutern Sie, warum man für die andere Sprache keinen analogen Beweis führen kann.

10 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 18

In dieser Aufgabe wollen wir ein alternatives Turingmaschinen-Modell definieren, das sich in den folgenden beiden Punkten von unserem Standard-Modell unterscheidet:

- (i) Neben dem akzeptierenden und dem verwerfenden Zustand soll nur genau ein weiterer Zustand existieren.
 - (ii) Der Lese-/Schreibkopf kann in einem Schritt nicht nur das Symbol des Feldes, auf dem er steht, lesen und gegebenenfalls modifizieren, sondern auch die Symbole der benachbarten Felder.
- (a) Definieren Sie ein solches neues Modell durch eine formale Angabe in Form eines Tupels samt der zugehörigen Eigenschaften analog zu Definition 4.1 im Buch sowie durch eine Beschreibung davon, welche weitere Anpassungen gegenüber dem Standardmodell vorgenommen werden müssen, um die Begriffe *Konfiguration*, *Startkonfiguration*, *Schritt*, *Berechnung* und *akzeptierte Sprache* zu definieren.
- (b) Beschreiben Sie, wie Sie zu jeder vorgegebenen Turingmaschine M des Standardmodells eine äquivalente Turingmaschine M' Ihres neuen Modells konstruieren können. Geben Sie M' konkret als Tupel an, inklusive einer vollständigen Beschreibung der Transitionsfunktion.

10 Punkte

Abgabe: Bis Freitag, den 5. November 2021, bis spätestens 11:15 Uhr als gut lesbares PDF per E-Mail direkt an die Übungsgruppenleiterin oder den Übungsgruppenleiter.