

Übungsaufgaben – Blatt 9

Zürich, 26. November 2021

Aufgabe 25

- (a) Sei X eine Menge und sei $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{P}(X)$ mit $\bigcup_{S \in \mathcal{S}} S = X$. Eine Teilmenge $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{S}$ ist eine Mengenüberdeckung (ein *Set-Cover*) von X , falls $X = \bigcup_{S \in \mathcal{C}} S$. Das Set-Cover-Problem (SCP) ist definiert als

$$\text{SCP} = \{(X, \mathcal{S}, k) \mid X \text{ hat ein Set-Cover } \mathcal{C} \subseteq \mathcal{S} \text{ mit } |\mathcal{C}| \leq k\}.$$

Zeigen Sie $\text{VC} \leq_p \text{SCP}$.

- (b) Ein *Dominating-Set* eines Graphen $G = (V, E)$ ist eine Menge $D \subseteq V$, so dass für jeden Knoten $v \in V$ gilt, dass $v \in D$ oder ein $w \in D$ existiert mit $\{v, w\} \in E$. Das Dominating-Set-Problem (DS) ist definiert als

$$\text{DS} = \{(G, k) \mid G \text{ hat ein Dominating-Set } D \text{ mit } |D| \leq k\}.$$

Zeigen Sie $\text{SCP} \leq_p \text{DS}$.

10 Punkte

Aufgabe 26

Sei E3SAT die Menge aller KNF-Formeln mit genau drei Literalen paarweise unterschiedlicher Variablen pro Klausel, die eine erfüllende Belegung haben. Zeigen Sie $3\text{SAT} \leq_p \text{E3SAT}$.

10 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 27

Wir betrachten die Sprachen

$\text{LARGE-CLIQUE} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, der eine } k\text{-Clique der Grösse } k \geq |V|/3 \text{ enthält}\}$

und

$\text{VERY-LARGE-CLIQUE} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, der eine } k\text{-Clique der Grösse } k \geq |V| - 3 \text{ enthält}\}.$

Zeigen Sie für jede der beiden Sprachen, dass sie NP-vollständig ist oder dass sie in P liegt.

10 Punkte

Abgabe: Bis Freitag, den 3. Dezember 2021, bis spätestens 11:15 Uhr als gut lesbares PDF per E-Mail direkt an die Ubungsgruppenleiterin oder den Ubungsgruppenleiter.